

Control Predictivo Tolerante a Fallas en Actuadores

César Castro Rendón* Cristina Verde**

Instituto de Ingeniería-UNAM
Coyoacán DF 04510, México

*cesarcasren@yahoo.com.mx **verde@servidor.unam.mx

Telfono: (52)-55-56233684

Resumen—Este artículo aborda el problema del control tolerante a fallas utilizando un control predictivo. Se plantea el uso de: un generador de residuos no lineal, una etapa de desactivación dependiente de umbrales adaptables y un control predictivo. Se considera el caso en el cual la falla es tan grave que el actuador debe ser desactivado. Como caso de estudio se utiliza el sistema de tres tanques benchmark con dos bombas. Se presentan simulaciones y resultados experimentales que muestran las ventajas que ofrece el esquema de control propuesto.

Palabras clave: Control predictivo tolerante a fallas, generador de residuos no lineal, fallas en actuadores.

I. INTRODUCCION

La tendencia actual de la industria de procesos y cualquier tipo de sistemas es automatizar, sin embargo, los sistemas automatizados son vulnerables a fallas y estas pueden ocasionar grandes desastres. Se pueden presentar diferentes tipos de fallas debido a que diversos mecanismos se integran en un mismo sistema. Dichas fallas se separan según su tipo, por ejemplo, en actuadores, en lecturas erróneas de los sensores y en componentes de la planta que inevitablemente afectan el desempeño de los sistemas automatizados. Por tales razones el Control Tolerante a Fallas (CTF), tal y como ha sido descrito en (Blanke et al., 2006) es un área crucial en desarrollo en el contexto de control automático donde diversas disciplinas y varias teorías de sistemas se combinan para obtener una única funcionalidad robusta.

El CTF activo puede ser considerado como un sistema de retroalimentación en el cual el sistema de diagnóstico y el controlador son acoplados con propiedades antagónicas; el primero es diseñado para ser tan sensible como sea posible y el segundo es hecho con el propósito de ser insensible en tanto sea permisible para evitar falsas alarmas.

En el presente trabajo se propone el uso de un control predictivo (*MPC*) para atacar el problema de fallas en actuadores. El *MPC* es la única técnica de control avanzada, incluso más que el *PID* estándar, que ha tenido gran impacto en el control de procesos industriales (Maciejowski, 2000). El *MPC* pertenece a la familia de controles óptimos debido a que sus acciones de control responden a un criterio de optimización. Por el uso de un modelo interno del sistema,

de un horizonte de predicción y la retroalimentación de variables, el *MPC* control ofrece propiedades de robustez que son aprovechadas en el ámbito de CTF.

El esquema de control tolerante a fallas fue diseñado para deshabilitar la señal de control asociada al actuador que no funciona correctamente. El bloque de desactivación fue creado usando un generador de residuos no lineal y dos observadores. El esquema propuesto ha sido probado utilizando *PID*'s estabilizantes (C. Castro y C. Verde, 2012). En el presente trabajo se plantea validarlo haciendo uso de la etapa de detección y desactivación pero utilizando un control predictivo, sin duda una herramienta más poderosa que un control *PID* fijo.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta un generador de residuos diseñado en base a un modelo no lineal para el sistema de tres tanques, se considera el funcionamiento del generador en lazo cerrado. En la sección 3 se introduce el esquema de control tolerante a fallas integrado por la etapa de diagnóstico y el control predictivo. En la sección 4 se exponen los resultados de simulación, datos experimentales y conclusiones.

II. GENERACIÓN DE RESIDUOS

La capacidad de detectar y el problema de aislar cada posible falla en un sistema dinámico, cuando existen incertidumbres y perturbaciones, es el objetivo principal en el manejo automático de procesos complejos. La viabilidad de encontrar una solución para un conjunto específico de datos depende de las propiedades estructurales del sistema y de sus transformaciones. Se han propuesto diversas herramientas para estudiar la detectabilidad y el aislamiento de sistemas: La teoría Geométrica (Massoumnia et al., 1989) y el Análisis Estructural (Blanke et al., 2006).

Para diseñar el generador de residuos se han utilizado observadores con entradas desconocidas en su versión lineal y no lineal. Para crear un observador robusto ante la presencia de perturbaciones es posible utilizar la estructura del modelo y transformarlo con un vector de inyección de la salida, de tal manera que el espacio de estados sea dividido en dos subespacios, uno sensible y otro insensible a las entradas desconocidas. Este último es la base para

estimar el estado o parte de él. En el caso de diagnóstico, el objetivo es determinar subespacios que sean insensibles a perturbaciones y sensibles a fallas, con la propiedad de observabilidad usando mediciones, este hecho hace que las perturbaciones y las fallas de no interés no tengan efecto en el residuo.

En general los residuos suponen el uso de un sistema en lazo abierto, sin embargo, si el sistema es linealizado, el control puede modificar el patrón de comportamiento de los síntomas. Por consecuencia, en el presente trabajo se utilizan residuos no lineales.

II-A. Generador de Residuos no lineal

El generador de residuos no lineal se obtiene utilizando herramientas de análisis estructural. Siguiendo la propuesta para obtener relaciones redundantes de gráficas bipartitas (Verde y Snchez-Parra, 2010), se obtiene la gráfica mostrada en Fig.1 de un conjunto de restricciones (t1-t9) para el modelo de tres tanques (Apéndice A). De la estructura, se obtienen dos gráficas redundantes para las fallas en actuadores $\{f_{u1}, f_{u2}\}$. La primera esta dada por

$$\mathcal{GR}_1(t_1, t_4, t_7, t_9, u_1, y_1, y_3) \quad (1)$$

que corresponde al subsistema

$$\dot{y}_1 = (1/a) \cdot (u_1 + R_{13}\rho(y_1, y_3)) \quad (2)$$

asume u_1 y y_3 como entradas y y_1 como salida e involucra al conjunto de restricciones (t_1, t_4, t_7, t_9) . Se observa que \mathcal{GR}_1 es sensible a la presencia de una falla en el actuador 1. Esto significa que se tiene un subsistema que solamente requiere a u_1 y y_3 como entradas y se obtiene a y_1 como salida. Cualquier observador no lineal para este subsistema permite construir un residuo. La segunda gráfica, por simetría, esta dada por

$$\mathcal{GR}_2(t_2, t_5, t_8, t_9, u_2, y_2, y_3) \quad (3)$$

que corresponde al subsistema

$$\dot{y}_2 = (1/a) \cdot (u_2 + R_{2\rho}(y_2, 0) + R_{32\rho}(y_3, y_2)) \quad (4)$$

con las variables u_2 , y_3 y y_2 . Dado el conjunto de restricciones involucradas en \mathcal{GR}_2 , se observa que existe un subsistema que considera u_2 y y_3 como entradas y y_2 como una salida. Un observador para este subsistema permite la generación de un residuo. El proceso para obtener todas las gráficas para todas las fallas del sistema estan reportadas en (Mina, 2008). Entonces, la matriz de firma de fallas se reduce a la Tabla 1.

TABLA I
SIGNATURE MATRIX

	f_{u1}	f_{u2}
\mathcal{GR}_1	•	
\mathcal{GR}_2		•

Debido a que las relaciones redundantes \mathcal{GR}_1 y \mathcal{GR}_2 obtenidas de la gráfica bipartita no suponen linealidad, los

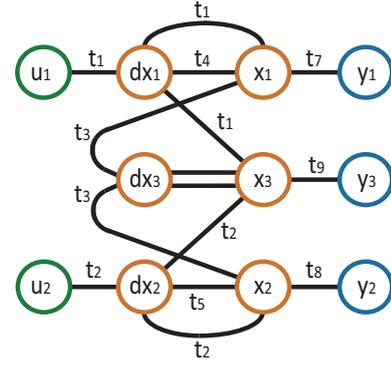


Figura 1. Gráfica bipartita para el sistema de tres tanques

residuos no lineales se pueden obtener directamente de ellas. Además, ya que la dinámica de los subsistemas (2) y (4) tienen la forma genérica

$$\dot{\xi}(t) = f(\xi(t), u(t)) \quad (5)$$

$$y(t) = h(\xi(t), u(t)) \quad (6)$$

sus respectivos residuos pueden ser generados estimando el estado con un observador aproximado de la forma

$$\dot{z}(t) = f(z(t), u(t)) + H[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (7)$$

$$\hat{y}(t) = h(z(t)) \quad (8)$$

donde H debe ser diseñada para que el error sea asintóticamente estable en condiciones normales de operación (Sundarapandian, 2002). Los residuos construidos con base a este observador son lo suficientemente sensible a fallas tal y como se requiere. Ambos residuos son generados usando la salida real de la planta y la salida estimada de los sistemas (2) y (4) respectivamente, es decir

$$R_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t); i = 1, 2 \quad (9)$$

Fig. 2 muestra la evolución de ambos residuos y se observa la presencia de la falla en el actuador 2 dado que $R_2 \neq 0$ mientras el residuo R_1 permanece en cero. En la Fig. 3 se muestra la respuesta del residuo a una falla en el actuador 1, en este caso el residuo detecta la falla en la bomba 1 mientras el residuo 2 permanece en cero.

II-B. Umbral adaptable

En un proceso real los residuos no permanecen exactamente en cero debido a errores en el modelo o incertidumbres en los parámetros del sistema. Sin embargo la solución que se propone es el uso de umbrales adaptables (Isermann, 2006) los cuales, correctamente diseñados, hacen robusto el sistema tolerante a fallas ante cualquiera de estos problemas. Los filtros adaptables se construyen con un filtro paso bajas y un escalamiento proporcional utilizando una constante. En la Fig. 4 se muestra el residuo no lineal, el cual fue construido en base a un modelo con incertidumbres. Bajo estas condiciones la función de desactivación detiene

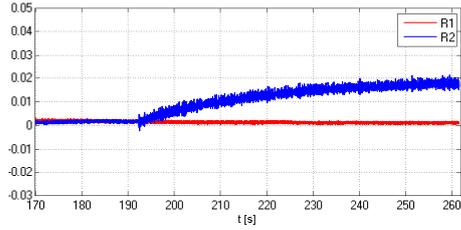


Figura 2. Residuos con falla en el actuador dos

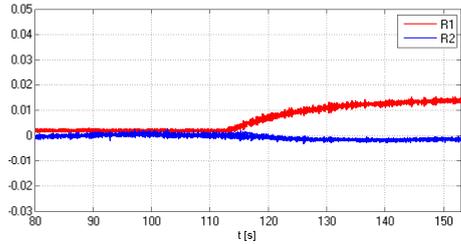


Figura 3. Residuos con falla en el actuador uno

a la bomba que falla cuando el valor del residuo es mayor que el valor del umbral. Esto solo sucede cuando se presenta una falla en el actuador.

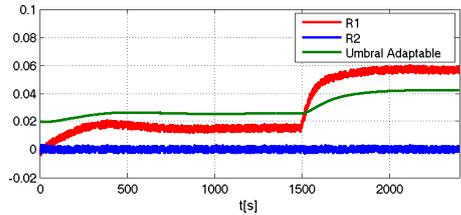


Figura 4. Umbral adaptable y residuos no lineales

El controlador MPC y la etapa de generador de residuos debe ser diseñada como un sistema completo de tal manera que la robustez del controlador no esconda el efecto de las fallas en los residuos. Este es un problema abierto en el tema de control tolerante a fallas y a continuación se presenta una solución a éste.

III. CONTROL TOLERANTE A FALLAS EN ACTUADORES

Si existe más de una entrada de control disponible, una idea dentro del contexto de esquemas conmutados es el diseño de una ley de control tal que en condiciones normales todas las señales de control u_i trabajen en conjunto para lograr un buen desempeño y en condiciones de falla, la señal de control asociada al actuador con falla sea desactivada. El esquema de control propuesto para el sistema de tres tanques, considerando el nivel x_3 como salida, se muestra en la Fig. 5. De este modo, el Control Predictivo genera las acciones de control u_1 y u_2 las cuales corresponden al actuador 1 y 2 respectivamente en condiciones normales.

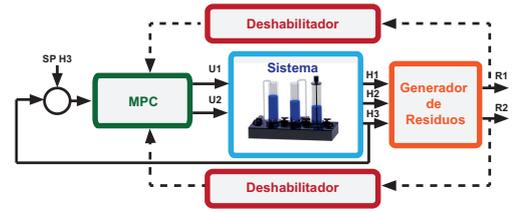


Figura 5. Esquema de control MPC con evaluación de residuos

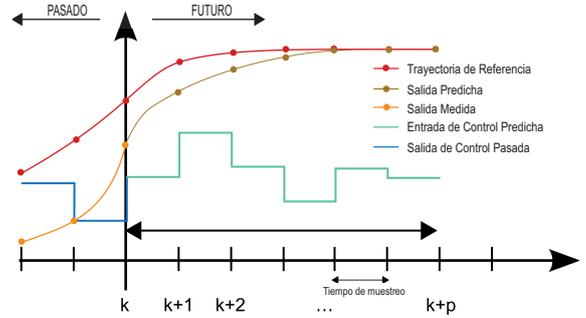


Figura 6. Control Predictivo

III-A. Control predictivo

Diversos esquemas han sido propuestos para atacar el problema de control tolerante a fallas, incluyendo técnicas de control adaptables, conmutadas o predictivas. La aplicación del modelo predictivo de control MPC se inició en la industria de procesos. Esto debido a que la idea en la que se basa y su descripción matemática es fácil de entender para la mayoría de los ingenieros de control. Siendo así no es de sorprenderse que a parte del clásico controlador PID, el MPC sea uno de los métodos más usados e implementados en la industria de control de procesos.

El MPC es un algoritmo iterativo basado en el control óptimo. Su objetivo general es calcular la trayectoria futura de la variable de control u optimizando el comportamiento futuro de la salida y de la planta.

Durante su ejecución utiliza los estados actuales y las señales de control óptimas para predecir el comportamiento futuro de los estados. Sin embargo, solo la señal de control calculada al tiempo corriente en la optimización es aplicada a los actuadores reales. Después los estados son muestreados nuevamente y los cálculos son repetidos. El diseño de control predictivo se realiza mediante los siguientes pasos:

1. *Modelo discreto del sistema.* Los sistemas de control predictivos son diseñados en base a un modelo matemático de la planta. El modelo en espacio de estados utilizado en el diseño del sistema de control es

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (10)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (11)$$

donde u es el vector de entradas del sistema, x_m es el vector de estados y y es la salida del proceso.

2. *Modelo extendido del sistema.* Para realizar el diseño del MPC se cambia el modelo anterior a un modelo de espacio de estados incremental o de velocidad. Tomando la diferencia $\Delta x_m(k+1) = x_m(k+1) - x_m(k)$ se obtiene

$$\Delta x_m(k+1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \quad (12)$$

donde $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ y $\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1)$. Se observa que la entrada del modelo en espacio de estados es $\Delta u(k)$, para conectar $\Delta x_m(k)$ con la salida del sistema $y(k)$, se define el vector

$$x(k) = [\Delta x_m(k)^T y(k)^T]^T \quad (13)$$

Finalmente se obtiene un modelo en espacio de estados extendido (A, B, C) de la forma

$$\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u(k)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} A_m & O_m^T \\ C_m A_m & I \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix}$$

$$C = [O_m \quad I]$$

3. *Función de costo.* El control predictivo minimiza la función de costo J en un tiempo k_i , resolviendo para una trayectoria de control óptima $\Delta u(\cdot)$. La función J es descrita por un conjunto de coeficientes y funciones de Laguerre y se define como

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} x(\cdot)^T Q x(\cdot) + \sum_{j=0}^{N_p} \Delta u(k_i + j)^T R \Delta u(k_i + j) \quad (14)$$

donde $x(\cdot) = x(k_i + j|k_i)$ y $Q \geq 0$ y $R \geq 0$ son las matrices de peso para las variables de estado y las variables de entrada respectivamente. El uso de R ayuda a evitar cambios bruscos en la señal $u(k_i)$ y Q evita que las restricciones de salida sean violadas debido a que tiene influencia sobre la señal de error. $(k_i + j|k_i)$ denota el valor predicho para el tiempo $(k_i + j)$ a partir de la información disponible en el momento k_i y N_p denota el horizonte de predicción para el control predictivo. La propiedad que ofrece el MPC formulado, usando funciones de Laguerre (Wang, 2009), es que la función de costo J se optimiza en tiempo real, sujeta a un conjunto de desigualdades lineales:

$$M\eta \leq \gamma \quad (15)$$

En este caso $\Delta U = [\Delta u(k_i)^T \Delta u(k_i + 1)^T \dots \Delta u(k_i + N_p)^T]^T$. La función de costo

J es expresada en términos de los coeficientes η y transformada en la función de costo J_η dada por

$$J_\eta = \eta^T \Omega \eta + 2\eta^T \Psi x(k_i) \quad (16)$$

Para el MPC, en el espacio de estados extendido (A, B, C) se agregan integradores para lograr un error igual a cero en estado permanente y en la predicción de variables de estado se involucra a la matriz A elevada a la potencia m , A^m junto con la suma de convolución $\Phi(m)$, que permiten formar las matrices Ω y Ψ como

$$\begin{aligned} \Omega &= \sum_{m=1}^{N_p} \Phi(m) Q \Phi(m) + R_L \\ \Psi &= \sum_{m=1}^{N_p} \Phi(m) Q A^m \end{aligned}$$

4. *Cálculo de Δu óptima.* Asumiendo que la información $x(k_i)$ en el tiempo de muestreo k_i , y que los límites inferiores y superiores de Δu son Δu^{min} y Δu^{max} , el procedimiento de optimización minimizando la función de costo J_η también debe asegurar

$$\Delta u^{min} < \Delta u(k_i + m) < \Delta u^{max} \quad (17)$$

con $m = 0, 1, 2, \dots$

Cuando se usan funciones de Laguerre en el diseño, el incremento de la señal de control $\Delta u(k_i + m)$ se representa como

$$\Delta u(k_i + m) = \begin{bmatrix} L_1(m)^T & o_1^T & \dots & o_1^T \\ o_1^T & L_2(m)^T & \dots & o_2^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_1^T & o_2^T & \dots & L_m(m)^T \end{bmatrix} \eta$$

donde m denota el conjunto de instantes futuros en los cuales se desean imponer los límites para Δu , y o_k es el vector de ceros que tiene las mismas dimensiones de $L_k(m)$.

La acción del sistema de control predictivo se calcula de la siguiente forma. Primero se construye el vector x_f que contiene información de los estados actuales x_m del sistema, los estados anteriores x_{mold} , la salida del proceso y y la señal de referencia y_{ref} .

$$x_f = \begin{bmatrix} x_m - x_{mold} \\ y - y_{ref} \end{bmatrix} \quad (18)$$

después se calcula η mediante

$$\eta = -(\Omega^{-1} \Psi) x_f \quad (19)$$

con la η obtenida se calcula el valor de $\Delta u(k_i)$ por medio de

$$\Delta u(k_i) = L(0)^T \eta \quad (20)$$

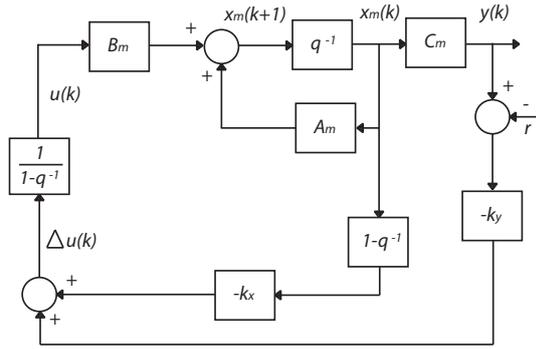


Figura 7. Esquema de control predictivo discreto

donde

$$L(0) = \begin{bmatrix} L_1(0)^T & o_2^T & \dots & o_2^T \\ o_1^T & L_2(0)^T & \dots & o_2^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_1^T & o_2^T & \dots & L_m(0)^T \end{bmatrix}$$

para utilizar en el MPC solo la primer señal $\Delta u(k)$ calculada en el proceso de optimización. El cálculo de $\Delta u(k)$ puede reescribirse en la forma de un control lineal con retroalimentación de estados, nombrando a $\Delta u(k)$ como

$$\Delta u(k) = -k_{mpc}x(k) \quad (21)$$

donde la matriz de ganancia se define como

$$k_{mpc} = L(0)^T \Omega^{-1} \Psi = [k_x \quad k_y] \quad (22)$$

k_x es la ganancia de retroalimentación asociada a $\Delta x_m(k)$ y k_y corresponde a la ganancia de retroalimentación relacionada a

Finalmente la señal de control enviada a la planta es

$$u(k_i) = u(k_i - 1) + \Delta u(k_i) \quad (23)$$

La señal de control debe estar sujeta a las restricciones

$$u_{min} \leq u(k_i + j|k_i) \leq u_{max} \quad (24)$$

que establecen los límites entre los que se mueven las acciones de control. Para el esquema de control tolerante a fallas, cuando el generador de residuos indica la presencia de una falla en alguno de los actuadores, el control predictivo es reconfigurado. La matriz B_m del modelo en espacio de estados cambia a $B_{m,fi}$ y se recalculan los valores de la matriz B para el sistema en espacio de estados extendido y los valores de Ω y Ψ para la función de costo J_η . Otra alternativa de reconfiguración es cambiar los límites u_{max} y u_{min} de la señal de control asociada a la falla.

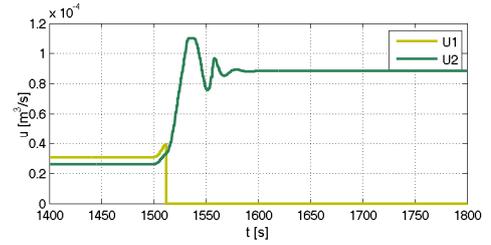


Figura 8. Señales de control con una falla en el actuador 1

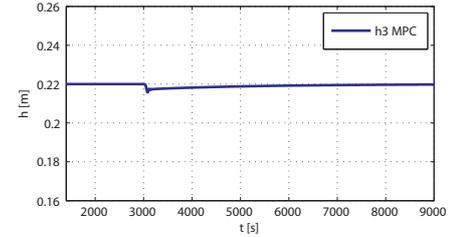


Figura 9. Salida del sistema con falla en el actuador 1

IV. RESULTADOS

Considerando el control predictivo y evaluando la respuesta de los residuos, a continuación se muestran algunos resultados donde una falla es emulada en ambas bombas de la planta piloto. El generador de residuos detecta la falla ocurrida e indica cual actuador está fallando y cual trabaja correctamente, mientras el bloque de desactivación apaga el actuador fallido.

Fig. 8 muestra la acción de las señales de control cuando se presenta una falla en el actuador 1. La entrada de control u_1 es desactivada cuando su actuador falla y la acción u_2 aumenta para disminuir el deterioro del desempeño del sistema.

En la Fig. 9 se observa la salida del sistema de tres tanques cuando ocurre una falla en el actuador 1. A pesar de la desactivación de una acción de control, el sistema propuesto es capaz de casi anular el efecto de la falla sobre la planta.

En la Fig. 10 se observan las señales de control cuando existe una falla en el actuador 2. La señal de control u_2 es desactivada y la acción de control u_1 se modifica para evitar que la falla afecte el desempeño del sistema.

En la Fig. 11 se muestra la salida de la planta cuando hay una falla en el actuador 2. La acción de control activa contrarresta el efecto de la falla en el sistema.

V. CONCLUSIONES

Este artículo presentó el uso de un MPC para diseñar un control tolerante a fallas. Para ello se construyó el generador de residuos no lineal que indica la falla en el sistema cuando trabaja en lazo cerrado. También se propuso el uso del control predictivo que permite desactivar la acción de control asociada al actuador fallido sin que se deteriore

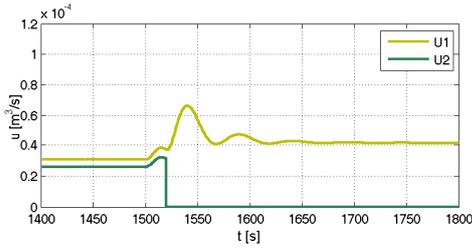


Figura 10. Señales de control con una falla en el actuador 2

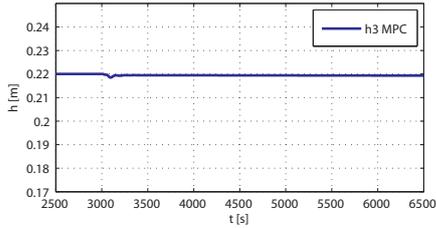


Figura 11. Salida del sistema con falla en el actuador 2

notablemente el desempeño del sistema. La desviación del punto de operación de la planta real es casi imperceptible cuando ocurre una falla en alguno de los actuadores. El trabajo conjunto del control predictivo, el generador de residuos no lineal y la etapa de evaluación residual produce un buen desempeño en el sistema.

REFERENCIAS

- Blanke, M., M. Kinnaert, J. Lunze y M. Staroswiecki (2006). *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. 2nd. Ed. Springer. Berlin.
- C. Castro, C. Verde y A. Mora (2012). *Actuator Fault Tolerant PID Controllers*. IFAC Conference on Advances in PID Control.
- GmbH, Amira (1994). *Laboratory Setup Three-Tanks-System*. Germany.
- Isermann, R. (2006). *Fault Diagnosis System*. Springer.
- Maciejowski, J.M. (2000). *Predictive Control with constraints*. Prentice Hall.
- Massoumnia, M., G. Verghese y A. Willsky (1989). *Fault Detection and Identification*. IEEE Transactions on Automatic Control 34, 316-321.
- Mina, J. D. (2008). *Supervisión Distribuida de Sensores y Actuadores para Procesos*. Tesis de doctorado. Posgrado en Ingeniería UNAM, México.
- Sundarapandian, V. (2002). *Local observer design for nonlinear systems*. Mathematical and Computer Modelling 35, 25-36.
- Verde, C. y Marino Sánchez-Parra (2010). *Gas Turbine*. Cap. Application of Structural Analysis to Improve Fault Diagnosis in a Gas Turbine, Chapter 10, pp. 1-26. Sycom.

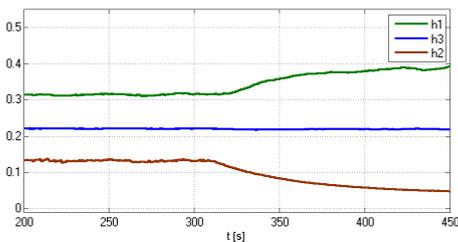


Figura 12. MPC tolerante a fallas aplicado a la planta real

Wang, Liuping (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Springer.

APÉNDICE

El modelo del sistema de tres tanques es tomado de (GmbH, 1994)

$$a\dot{x}_1 = u_1 + R_{13}\rho(x_1, x_3) + \Delta Q_1 \quad (25)$$

$$a\dot{x}_2 = u_2 + R_2\rho(x_2, 0) + R_{32}\rho(x_3, x_2) + \Delta Q_2 \quad (26)$$

$$a\dot{x}_3 = R_{13}\rho(x_1, x_3) + R_{32}\rho(x_3, x_2) \quad (27)$$

donde $x_i = h_i$ son los niveles de los tanques, $u_i = Q_i$ los flujos de entrada, la función $\rho(x_i, x_j) = \text{sgn}(x_i - x_j)\sqrt{2g(x_i - x_j)}$ y los coeficientes R_{13} , R_2 y R_{32} son función de las válvulas que se encuentran entre los tanques V_1 , V_2 y V_3 respectivamente. Los estados medibles corresponden a los tres niveles (x_1, x_2, x_3) . Las fallas consideradas son desviaciones constantes en el flujo de las bombas y se definen en el modelo como ΔQ_1 y ΔQ_2 .

donde los parámetros R_{ij} son constantes y dependen de la tubería entre los tanques i y j . Considerando el punto de operación

$$\begin{aligned} u_1^* &= 2,764 \times 10^{-5} [m^3/s] & u_2^* &= 2,487 \times 10^{-5} [m^3/s] \\ x_1^* &= 0,2964 [m] & x_2^* &= 0,1471 [m] \\ x_3^* &= 0,22 [m] \end{aligned}$$

y los valores $R_{13} = 2,2576 \times 10^{-5}$, $R_2 = 3,091 \times 10^{-5}$ y $R_{32} = 2,3111 \times 10^{-5}$. sin fallas, las matrices del modelo linealizado son

$$A_m = \begin{bmatrix} -0,0118 & 0 & 0,0118 \\ 0 & -0,0239 & 0,0123 \\ 0,0118 & 0,0123 & -0,0241 \end{bmatrix}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 64,97 & 0 \\ 0 & 64,97 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_m = [0 \quad 0 \quad 1]$$

Y las matrices para la reconfiguración cuando el sistema se encuentra con fallas actuadores

$$B_{m,f1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 64,97 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{m,f2} = \begin{bmatrix} 64,97 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El modelo estructural del sistema (25)-(27) puede ser representado como

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_3, u_1, R_{13}, \Delta Q_1) \quad (t1)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_3, x_2, u_2, R_2, R_{32}, \Delta Q_2) \quad (t2)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, R_{13}, R_{32}) \quad (t3)$$

$$x_4 = dx_1/dt \quad (t4)$$

$$x_5 = dx_2/dt \quad (t5)$$

$$x_6 = dx_3/dt \quad (t6)$$

$$y_1 = x_1 \quad (t7)$$

$$y_2 = x_2 \quad (t8)$$

$$y_3 = x_3 \quad (t9)$$